

## 順序機械の出力可観測形実現と 故障検査

正員 藤原 秀雄<sup>†</sup> 正員 樹下 行三<sup>†</sup>

### Realizations of Output-observable Sequential Machines and their Fault-detections

Hideo FUJIWARA<sup>†</sup>, Member and Kozo KINOSHITA<sup>†</sup>, Member

あらまし 本論文では、診断容易な順序機械として出力可観測順序機械を考え、出力可観測性と準FSR実現可能性との等価性を示し、最少個の出力端子付加により出力可観測順序機械にする方法を述べる。(k)-出力可観測順序機械においては、状態遷移図のすべての遷移枝を通る入力系列に長さkの任意入力系列を加えた入力系列が故障検査系列となることを示し、最短長検査系列との差が状態数以内で求まることを述べる。

#### 1. まえがき

順序機械の故障検査の方法に、文献(1)で最初に提案された状態遷移を検査する方法(Transition Checking Approach)があるが、一般の順序機械では検査系列の長さが非常に長くなり、その作成手順も複雑になりがちである。そこで最近では順序機械に回路を付加して、故障検査の容易な順序機械(より短い検査系列をより容易に作成できる順序機械)にする方法が提案されている<sup>(2)~(11)</sup>。この場合故障検査の容易な順序機械としてDS(Distinguishing Sequence)を持つ順序機械が考えられている<sup>(2)~(8), (11)</sup>(付録参照)。

文献(2), (3)では、新しく入力端子を付加して順序機械に長さn(状態数)のDSをもたせる方法を提案し、文献(4)では、この方法を改良し、DSの長さが $\lceil \log_2 n \rceil$ に短縮できることを示している。これらの方法において検査系列の作成手順は、比較的簡単で組織的であるが、得られる検査系列の長さは $mn^2$ のオーダーである(mは入力記号数)。

文献(6)~(8), (11)では、出力端子を付加してDSを持

<sup>†</sup>大阪大学工学部電子工学教室、吹田市

Faculty of Engineering, Osaka University, Suita-shi,  
565 Japan

論文番号:昭 48-322 [D-78]

つ順序機械にする方法を提案している。その中で文献(11)で、著者らが最小個の出力端子付加により長さn以下のDSを持つ順序機械に拡大する方法を示したが、それでも求められる検査系列の長さは $mn^2$ のオーダーである。したがって、状態数nが大きな順序機械になると、以上の方法では非常に長い検査系列となり実用的でなくなる。

上述の方法では、故障検査容易な順序機械としてDSを持つ順序機械を対象としているが、別の立場でより短い検査系列を作成する方法が研究されている。文献(9)では、故障検査容易な順序機械として有限記憶順序機械を対象とし、完全記憶グラフを用いて比較的短い検査系列が得られることを示した。この場合与えられた順序機械が記憶 $\mu$ を持つとき、故障により記憶が $\mu$ より大きくならないという仮定をおいている。他に文献(10)では、シフトレジスタ形回路を対象とし、シフトレジスタの出力を観測することにより、状態遷移図のすべての遷移枝を通る入力系列にシフトレジスタの長さの任意入力系列を加えた入力系列が検査系列であることを示した。順序機械の故障検査は状態遷移図のすべての遷移を検査することが必要であることを考えると、文献(10)で得られる検査系列は最短長のものとの差が状態数以内の検査系列になっている。ところが、

文献(10)での故障の仮定は、定常的な0, 1縮退形故障であり、付加出力端子数は実現に要するソフトレジスタの個数だけ必要である。ここで、検査の対象となる故障の範囲をもっと一般的なものとし、しかも既存の出力をも観測することにより、付加出力端子数を最小にし、最短長に近い検査系列を作成する方法が望まれる。

この解決策の一つとして、本論文では故障検査容易な性質として( $k$ )-出力可観測な(長さ  $k$  の出力系列で内部状態を観測できる)性質を導入し、与えられた順序機械に最小個の出力端子を付加することにより( $k$ )-出力可観測にする方法を提案し、その故障検査の方法について考察する。ここでの故障の仮定は、故障しても出力可観測性は保存され、( $k'$ )-出力可観測 ( $k' \leq k$ ) となることである。この故障の仮定のもとでは出力可観測順序機械の検査系列は文献(10)と同じく、すべての遷移を通る入力系列に長さ  $k$  の任意入力系列を加えた系列となり最短長に近い検査系列を求めることができる。しかも、検査系列の作成手順は簡単で組織的である。付加出力端子数は、一般に文献(10)より少なくなることもわかる。

2. 出力可観測性と準FSR実現可能性

順序機械  $M$  は、 $M = (S, I, O, \delta, \lambda)$  で示され、 $S, I, O$  はおのおのの状態、入力、出力集合、 $\delta : S \times I^* \rightarrow S$  は状態遷移関数、 $\lambda : S \times I^* \rightarrow O^*$  は出力関数である。本論文では、順序機械は既約で強連結な Mealy 形とし、出力変数の割当ては行なわれているものとする。すなわち出力関数  $\lambda$  は、二値出力関数  $z_1, \dots, z_p$  の直積  $z_1 \times \dots \times z_p$  で表わされているものとする(図1参照)。

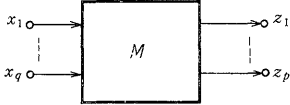


図1 順序機械  $M$   
Fig.1-Sequential machine  $M$ .

[定義1] 状態集合  $S$  の部分集合を要素とする集合で、その部分集合の和が  $S$  となる集合を  $S$  の分解と呼び、その要素をブロックという。互いに素なブロックからなる分解を分割<sup>(15)</sup>という。

[定義2] 分解  $\pi$  を規定する関係  $\hat{=}$  をつぎのように定義する。  $S_i \hat{=} S_j \Leftrightarrow S_i$  と  $S_j$  が共に  $\pi$  のあるブロック  $B_k$  に属する。

定義2において分解  $\pi$  から  $\hat{=}$  は一意的に決まるが、逆は成立しない。したがって、関係  $\hat{=}$  から分解が一意的に規定されるような分解として、簡約形をつぎに定義する。

[定義3] 関係  $\hat{=}$  で規定される分解  $\pi$  の簡約形  $\hat{\pi}$  とは、つぎの条件を満たす分解である。

- (1)  $S_i \hat{=} S_j \Leftrightarrow S_i \hat{=} S_j$
- (2)  $\hat{\pi} \ni B_i, B_j$  に対して、 $B_i \hat{=} B_j$ . ただし、 $B_i \hat{=} B_j \Leftrightarrow B_i \ni \forall S_i, B_j \ni \forall S_j, S_i \hat{=} S_j$ .

[定義4] 分解  $\pi$  と  $\tau$  に関して、関係  $\hat{=} (\pi \hat{=} \tau)$  を、 $S_i \hat{=} S_j \Leftrightarrow S_i \hat{=} S_j$  かつ  $S_i \hat{=} S_j$

( $S_i \hat{=} S_j \Leftrightarrow S_i \hat{=} S_j$  または  $S_i \hat{=} S_j$ ) で定義し、 $\hat{=} (\pi \hat{=} \tau)$  を規定する分解の簡約形を  $\pi$  と  $\tau$  の積(和)と呼び、 $\pi \cdot \tau (\pi + \tau)$  で表わす。

[定義5]  $S_i \hat{=} S_j \Rightarrow S_i \hat{=} S_j$  のとき、 $\pi \leq \tau$  と書き、分解  $\pi$  は  $\tau$  の細分という。

[定義6]\* 分解  $\pi$  を規定する関係を  $\hat{=}$  とするとき、順序機械  $M$  の状態遷移関数が、 $\hat{=}$  で結ばれている状態間で異なる状態割当てを行なうことにより図2のソフトレジスタ形回路で実現できるとき、 $M$  は分解  $\pi$  に関して  $(k_1, \dots, k_p)$ -準FSR実現可能であるという。ここで、 $k_1, \dots, k_p$  は各ソフトレジスタの段数である。

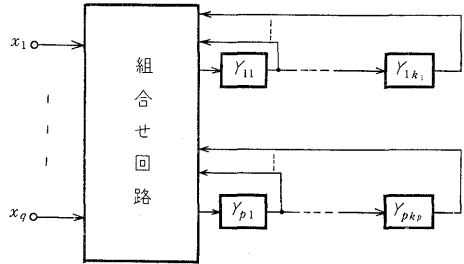


図2 シフトレジスタ回路  
Fig.2-Shift-register circuit.

[定義7] 順序機械  $M$  がつぎの2条件を満たすとき、 $M$  は分解  $\pi$  と出力  $z_1 \times \dots \times z_p$  に関して  $(k_1, \dots, k_p)$ -出力可観測であるという。

- (1) 出力  $z_1, \dots, z_p$  から得られる長さ  $k_1, \dots, k_p$  の出力系列が入力系列に依存せず初期状態により一意的に決まる。
- (2) 初期状態  $S_i$ , 出力  $z_1, \dots, z_p$  から得られる長さ  $k_1, \dots, k_p$  の出力系列を  $\mu_{i1}, \dots, \mu_{ip}$  とするとき、

\* ここで注意すべき点は、順序機械  $M$  が準FSR実現可能であるというは、 $M$  の状態遷移関数が図2のソフトレジスタ形回路で実現されるということ、 $M$  の出力関数はどうでもよいという点である。

$S_i \xrightarrow{\pi} S_j \Rightarrow (\mu_{i1}, \dots, \mu_{ip}) \neq (\mu_{j1}, \dots, \mu_{jp})$ .  
 $\pi = \mathbf{1}^*$  のとき, 単に“出力  $z_1 \times \dots \times z_p$  に関して  $(k_1, \dots, k_p)$  - 出力可観測”, またはさらに略して,  $M$  は“出力可観測である”という.

[補題 1] 順序機械  $M$  が分解  $\pi$  に関して  $(k_1, \dots, k_p)$  - 準 F S R 実現可能であることと,  $\pi = \pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_p$  を満たす分解  $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_p$  が存在して, 各  $i$  について,  $M$  が  $\pi_i$  に関して  $(k_i)$  - 準 F S R 実現可能であることと同値である.

(証明) 定義 6 より明らか.

[補題 2] 順序機械  $M$  が分解  $\pi$  と出力  $z_1 \times \dots \times z_p$  に関して  $(k_1, \dots, k_p)$  - 出力可観測であることと,  $\pi = \pi_1 + \dots + \pi_p$  を満たす分解  $\pi_1, \dots, \pi_p$  が存在して, 各  $i$  について  $M$  が  $\pi_i$  と  $z_i$  に関して  $(k_i)$  - 出力可観測であることとは同値である.

(証明) 定義 7 より明らか.

[定理 1] 順序機械  $M$  に二値出力  $z$  を付加して, 分解  $\pi$  と出力  $z$  に関して  $(k)$  - 出力可観測となるための必要十分条件は,  $M$  が  $\pi$  に関して  $(k)$  - 準 F S R 実現可能となることである.

(証明) (十分性) 順序機械  $M$  が  $\pi$  に関して  $(k)$  - 準 F S R 実現可能とする. 状態割当変数を  $Y_1, \dots, Y_k$  とし, 時刻  $t$  の  $Y_i$  の値を  $Y_i(t)$ , 状態  $S_i$  の状態割当を  $(Y_{1i}, \dots, Y_{ki})$  とすればつぎの 2 条件が成立する.

- (1)  $S_i \xrightarrow{\pi} S_j \Rightarrow (Y_{1i}, \dots, Y_{ki}) \neq (Y_{1j}, \dots, Y_{kj})$
- (2)  $Y_i(t) = Y_{i-1}(t-1) \quad i = 2, 3, \dots, k$

ここで付加出力  $z$  を, 入力に依存しない状態だけの関数として, つぎのように決める. すなわち, 状態  $S_i$  のときの出力を  $z(S_i) = Y_{ki}$  とする.

時刻  $t$  に出力  $z$  から得られる長さ  $k$  の出力系列は,

$$z(t) z(t+1) \dots z(t+k-1) \\ = Y_k(t) Y_k(t+1) \dots Y_k(t+k-1)$$

である. (2) よりこの出力系数は,

$$Y_k(t) Y_{k-1}(t) \dots Y_1(t)$$

となり時刻  $t$  の状態に対応する状態割当である. すなわち, 入力系列に依存せず初期状態  $S_i$  で  $z$  から得られる長さ  $k$  の出力系列  $\mu_i$  は,  $\mu_i = Y_{ki} \dots Y_{1i}$  となり一意的に決まる. しかも(1)より,

$$S_i \xrightarrow{\pi} S_j \Rightarrow \mu_i \neq \mu_j$$

であるから  $M$  は  $z$  と  $\pi$  に関して  $(k)$  - 出力可観測となる.

(必要性)  $M$  に二値出力  $z$  を付加して,  $\pi$  に関して  $(k)$  - 出力可観測になったとするとつぎの 2 条件が成立する.

(1) 出力  $z$  から得られる長さ  $k$  の出力系列は, 入力系列に依存せず, 初期状態だけから一意的に決まる.

(2) 初期状態  $S_i$  に対する長さ  $k$  の出力系列を  $\mu_i$  とするとき,  $S_i \sim S_j \Rightarrow \mu_i \neq \mu_j$ .

$\mu_i = O_1 O_2 \dots O_k$  とするとき,  $S_i$  の状態割当を

$$(Y_{1i}, \dots, Y_{ki}) = (O_k, \dots, O_1) \text{ と定める.}$$

$\delta(S_i, I_r) = S_j$  とするとき,  $S_j$  を初期状態として  $z$  から得られる長さ  $k$  の出力系列  $\mu_j$  は,  $\mu_j = O_2 O_3 \dots O_k O_{k+1}$  となり, (1) から  $O_{k+1}$  は入力系列に依存せず  $S_j$  より一意的に決まる. すなわち  $O_{k+1}$  は  $S_i$  と  $I_r$  により一意的に決まる. したがってフィードバック関数を  $f(S_i, I_r) = O_{k+1}$  で定めるとよい.

任意の入力について,  $\delta(S_i, I_r) = S_j \Rightarrow$

$$\mu_i = O_1 O_2 \dots O_k, \mu_j = O_2 \dots O_k O_{k+1} \text{ だから,}$$

$$Y_i(t) = Y_{i-1}(t-1) \quad (i = 2, 3, \dots, k)$$

が成立する. しかも(2)より,

$S_i \xrightarrow{\pi} S_j \Rightarrow \mu_i \neq \mu_j \Rightarrow (Y_{1i}, \dots, Y_{ki}) \neq (Y_{1j}, \dots, Y_{kj})$  となる. ゆえに,  $M$  は  $\pi$  に関して  $(k)$  - 準 F S R 実現可能である. (証明終)

### 3. 出力付加による出力可観測形実現

本章では, 出力可観測でない順序機械に最小個の出力端子を付加することにより出力可観測とする方法について考察する.

順序機械  $M$  が出力可観測であるとは, 分解  $\mathbf{1}$  に関して出力可観測になっていることを意味する. 与えられた順序機械は一般に出力可観測でなくても, ある分解  $\pi$  に関して出力可観測である. したがって出力端子付加により分割  $\mathbf{1}$  に関して出力可観測とするためには, 付加出力の部分だけで,  $\pi'(\pi + \pi' = \mathbf{1})$  に関して出力可観測となることが必要でかつ十分であろう. このことについてはあとで定理として証明する. そのためにもまず与えられた順序機械の既存の二値出力  $z_1, \dots, z_r$  を観測することにより最大どの分解  $\pi$  に関して出力可観測となるかを調べるが必要となる.

順序機械  $M$  の出力  $z$  を観測することにより, 出力  $z$  と分解  $\pi$  に関して  $(k)$  - 出力可観測となるような最大分解  $\pi^*$  と最小値  $k$  を求める方法をフローチャートで示したのが図 4 である. この方法を操作 A と名付ける. 操作 A により与えられた順序機械  $M$  が出力  $z_1 \times \dots \times z_r$  と分解  $(\pi_1, \dots, \pi_r)$  に関して  $(k_1, \dots, k_r)$  - 出力可観測であるとする.  $\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_r = \mathbf{1}$  ならば,

\* 最大分解とは, 定義 5 で定義された大小関係 ( $\leq$ ) の意味において最大となる分解のことである.

\*  $\mathbf{1}$  は, 状態集合  $S$  を唯一つのブロックにもつ分割である.

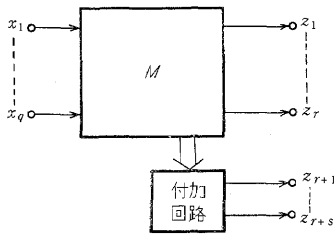


図3 出力可観測形実現  
Fig.3-Realization of output-observable machine.

Mは出力可観測である。  $\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_r < 1$  のとき、つぎの定理が成立する。

[定理2] 順序機械Mにs個の二値出力  $z_{r+1}, \dots, z_{r+s}$  を付加して、Mが出力  $z_1 \times \dots \times z_{r+s}$  に関して  $(k_1, \dots, k_{r+s})$  - 出力可観測となるための必要十分条件は、Mが  $\pi + \pi_1 + \dots + \pi_r = 1$  となる  $\pi$  に関して  $(k_{r+1}, \dots, k_{r+s})$  - 準FSR実現可能となることである。

(証明) 補題2によりつぎの(i)と(ii)の命題は同値である。

- (i) Mが  $z_1 \times \dots \times z_{r+s}$  に関して  $(k_1, \dots, k_{r+s})$  - 出力可観測である。
- (ii)  $\exists \pi_1, \dots, \pi_{r+s}, \pi_1 + \dots + \pi_{r+s} = 1$  となり、Mが出力  $z_i$  と分解  $\pi_i$  に関して  $(k_i)$  - 出力可観測である ( $i = 1, \dots, r+s$ )。

ここで順序機械Mは、出力  $z_i$  と分解  $\pi_i$  に関して  $(k_i)$  - 出力可観測 ( $i = 1, \dots, r$ ) であるから、(ii)とつぎの(iii)の命題とは同値になる。

- (iii)  $\exists \pi_{r+1}, \dots, \pi_{r+s}, \pi_1 + \dots + \pi_{r+s} = 1$  となり、Mが出力  $z_{r+i}$  と分解  $\pi_{r+i}$  に関して  $(k_{r+i})$  - 出力可観測 ( $i = 1, \dots, s$ ) である。

定理1により(iii)とつぎの(iv)の命題が同値であることがわかる。

- (iv)  $\exists \pi_{r+1}, \dots, \pi_{r+s}, \pi_1 + \dots + \pi_{r+s} = 1$  となり、Mが  $\pi_{r+i}$  に関して  $(k_{r+i})$  - 準FSR実現可能 ( $i = 1, \dots, s$ ) である。

さらに補題1により(iv)と(v)の同値が示される。

- (v) Mが  $\pi + \pi_1 + \dots + \pi_r = 1$  となる分解  $\pi$  に関して  $(k_{r+1}, \dots, k_{r+s})$  - 準FSR実現可能である。

(証明終)

\*  $\pi_1 + \dots + \pi_r < 1$  とは、  $\pi_1 + \dots + \pi_r$  が1の細分でかつ  $\pi_1 + \dots + \pi_r \neq 1$  のこと。“細分”については定義5を参照。

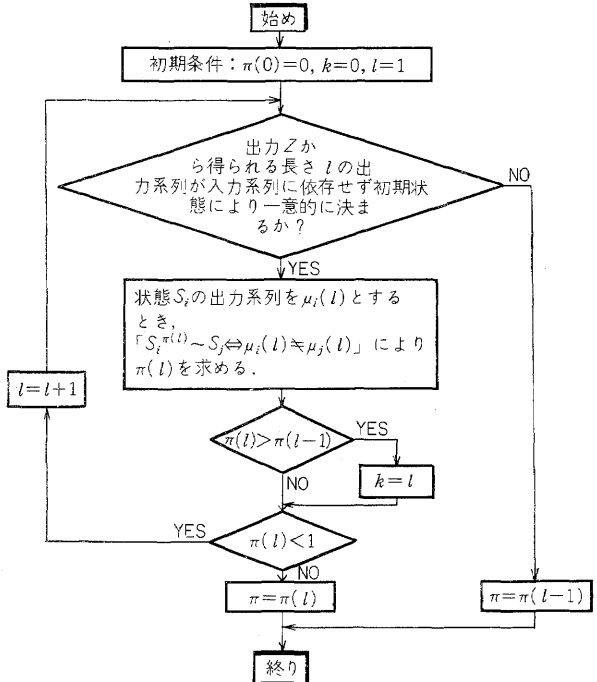


図4 操作Aのフローチャート  
Fig.4-Flow chart of procedure A.

定理2を基礎として、与えられた順序機械が出力可観測であるか判定し、出力可観測でないとき、最小個の出力端子を付加することにより、出力可観測とするアルゴリズムをつぎに示す。順序機械の既存の出力を  $z_1 \times z_2 \times \dots \times z_p$  とする。

[出力可観測実現アルゴリズム]

- (1) 各出力  $z_i$  ( $i = 1, \dots, r$ ) に対して、操作Aを施し、出力  $z_i$  に対する最大分解  $\pi_i$  と最小値  $k_i$  を求める。
- (2)  $\pi + \pi_1 + \dots + \pi_r = 1$  となる最小分解\*  $\pi$  を求める。
- (3)  $s = 1$
- (4) Mが  $\pi$  に関して  $(k_{r+1}, \dots, k_{r+s})$  - 準FSR実現可能となる整数  $k_{r+1}, \dots, k_{r+s}$  が存在するかどうか調べる\*\*。存在するなら(5)へ移り、存在しなければ、 $s = s + 1$  とし(4)を繰り返す。
- (5)  $\pi$  に関して  $(k_{r+1}, \dots, k_{r+s})$  - 準FSR実現可能とする状態割当を、

\* 最小分解とは、定義5で定義された大小関係( $\leq$ )の意味において最小となる分解である。

\*\* 準FSR実現となる状態割当を求める方法は、従来のFSR実現の状態割当を求める方法の簡単な拡張により求まる。

$$S_i \leftrightarrow \begin{bmatrix} Y_{11}^i Y_{12}^i \cdots Y_{1k_{r+1}}^i \\ Y_{21}^i Y_{22}^i \cdots Y_{2k_{r+2}}^i \\ \vdots \\ Y_{s1}^i Y_{s2}^i \cdots Y_{sk_{r+s}}^i \end{bmatrix}$$

とするとき (図2参照), 状態  $S_i$  の出力  $z_{r+1}, \dots, z_{r+s}$  を,  $z_{r+j}(S_i) = Y_j^i k_{r+j}$  ( $j=1, \dots, s$ ) で定める (アルゴリズム終).

#### 4. 出力可観測順序機械の故障検査

対象とする順序機械は, 既約で強連結な出力可観測順序機械とする. ここで順序機械  $M$  は, 出力  $z_1 \times \dots \times z_p$  に関して,  $(k_1, \dots, k_p)$  - 出力可観測であるとす.

検査の対象となる故障に関してつぎの仮定を置く.

- (1) 故障によりもとの順序機械を含む故障機械にはならない.
- (2) 故障しても出力可観測性は保存され, 故障機械は,  $(k'_1, \dots, k'_p)$  - 出力可観測である. ただし,  $k'_i \leq k_i$  ( $i=1, \dots, p$ ).

2. において,  $(k_1, \dots, k_p)$  - 出力可観測順序機械は,  $p$  個の  $k_1, \dots, k_p$  段 FSR で実現できることを示したが, 故障の仮定(2)は, シフトレジスタ形回路で実現された場合, 故障によりシフトレジスタの段数が増加しないという仮定に相当する. しかもここでは故障により状態数が増加しないという文献(1)の仮定は除いている. これはシフトレジスタ形回路などでは, 故障による状態数の増加が無視できないという観点からである. したがって, ここでの仮定は現実的なものと思われる.

さて以上の故障の仮定のもとに, 故障検査系列を求めてみよう. 故障検査系列は故障の仮定を満たす有限個の故障機械と正常な機械とを区別する入出力系列である. まず, 与えられた順序機械  $M$  の状態遷移図のすべての遷移枝を通る最短長の入出力系列を  $\omega$  とし,  $\omega$  に続く長さ  $k = \max\{k_1, \dots, k_p\}$  の任意の入出力系列を  $\xi_k$  とするとき,  $\omega\xi_k$  を  $C$  - 系列と呼ぶことにする.  $C$  - 系列が順序機械  $M$  の故障検査系列であることは, つぎの定理3で,  $C$  - 系列を満たす ( $C$  - 系列の入力系列を加えたとき  $C$  - 系列の出力系列の応答をする) 順序機械が正常な機械に限られることにより確証される.

[定理3] 順序機械  $M$  の  $C$  - 系列を満たす順序機械は,  $M$  に同形な順序機械か, それを含む順序機械である.

(証明)  $C$  - 系列を満たす順序機械を  $M' = (S', I, O, \delta', \lambda')$  とする. 故障の仮定により  $M'$  は,  $(k'_1, \dots, k'_p)$  - 出力可観測である. ただし,  $k'_i \leq k_i$  ( $i=1, \dots, p$ ).

$M$  と  $M'$  に対して,  $C$  - 系列の各時刻  $t$  の状態をおのおの  $S_t, S'_t$  とするとき,  $f(S_t) = S'_t$  で  $f: S \rightarrow S'$  を定義する. 時刻  $t$  の入出力を  $I_t/O_t$  とすると,

$$\delta(S_t, I_t) = S_{t+1}, \quad \delta'(S'_t, I_t) = S'_{t+1}$$

$$\lambda(S_t, I_t) = \lambda'(S'_t, I_t) = O_t$$

$f$  が写像であることは, つぎのことから明らかである. すなわち,  $C$  - 系列のある時刻  $t_1$  と  $t_2$  において,  $S'_{t_1} \neq S'_{t_2}$  とすれば,  $M'$  が  $(k_1, \dots, k_p)$  - 出力可観測であるゆえ,  $(\mu'_{t_1,1}, \dots, \mu'_{t_1,p}) \neq (\mu'_{t_2,1}, \dots, \mu'_{t_2,p})$ . ここで  $\mu'_{t_i} = z_i(t)z_i(t+1)\cdots z_i(t+k_i-1)$  ( $i=1, \dots, p$ ).

したがって,  $(\mu_{t_1,1}, \dots, \mu_{t_1,p}) \neq (\mu_{t_2,1}, \dots, \mu_{t_2,p})$ . ただし,  $\mu_{t_i} = z_i(t)z_i(t+1)\cdots z_i(t+k_i-1)$ .  $M$  が  $(k_1, \dots, k_p)$  - 出力可観測であるから,  $S_{t_1} \neq S_{t_2}$ . したがって,  $f(S_t)$  は  $S_t$  により一意に決まり,  $f$  は写像である.

$$\begin{aligned} C - \text{系列上の任意の時刻 } t \text{ において, } f \text{ の定義より,} \\ f(\delta(S'_t, I_t)) &= f(S_{t+1}) = S'_{t+1} \\ &= \delta'(S_t, I_t) = \delta'(f(S_t), I_t) \\ \lambda(S_t, I_t) &= O_t = \lambda'(S'_t, I_t) \\ &= \lambda'(f(S_t), I_t) \quad I_t \in I \quad O_t \in O \end{aligned}$$

$C$  - 系列はすべての状態遷移を通るから, すべての入力, 状態について上式が成立し,  $f$  は準同形写像<sup>(8)</sup> となり,  $M' \geq M$ .  $M'$  と  $M$  の状態数が等しいとき,  $f$  は同形写像となり,  $M' \cong M$ . (証明終)

定理3により,  $C$  - 系列を満たす順序機械が正常な順序機械に限られることが確証されたが, 初期状態が  $C$  - 系列の初期状態と一致していなければ正常な順序機械でも  $C$  - 系列を満たさなくなる. そこで検査のはじめの状態を, 長さ  $k$  の任意入力系列を加えることにより adaptive に決定し  $C$  - 系列の初期状態に設定してから  $C$  - 系列を被検査機械に加えればよい. 以上の操作が出力可観測順序機械  $M$  の故障検査である.

順序機械の故障検査系列は, 状態遷移図のすべての遷移枝を通る (すべての遷移は検査する) ことが必要であることを考えると,  $C$  - 系列の部分系列  $\omega$  は, 最短長検査系列に等しいかまたはより短い系列である. したがって,  $C$  - 系列と最短長検査系列との長さの差は  $k$  以内である. 一般に  $k$  は状態数より小さな値であるから最短のものとの差が状態数以内の検査系列を求

めることができる。

5. 例題

表1で示された既約な強連結順序機械 $M_1$ を出力可観測順序機械に拡大し、その故障検査系列を求めてみよう。

表1 順序機械 $M_1$

		0	1
$S_0$	$S_3, 0$	$S_1, 0$	
$S_1$	$S_2, 0$	$S_1, 0$	
$S_2$	$S_3, 1$	$S_2, 1$	
$S_3$	$S_4, 1$	$S_4, 1$	
$S_4$	$S_4, 1$	$S_0, 1$	

表2 状態割当

	$Y_1$	$Y_2$
$S_0$	0	1
$S_1$	0	0
$S_2$	0	0
$S_3$	1	0
$S_4$	1	1

- (1) 操作Aを施すと、 $k_1 = 1$ 、 $\pi_1 = \{S_0 S_2, S_3 S_3, S_0 S_4, S_1 S_2, S_1 S_3, S_1 S_4\}$ が求まる。
- (2)  $\pi + \pi_1 = \mathbf{1}$ となる最小分解は、 $\pi = \{S_0 S_1, S_2 S_3 S_4\}$ 。
- (3)  $S = 1$
- (4)  $M_1$ が $\pi$ に関して $(k_2)$ -準FSR実現可能となる $k_2$ が存在するかどうかが調べると、表2のように、 $M_1$ が $\pi$ に関して(2)-準FSR実現可能となる。
- (5) 状態割当は表2に示す。したがって、付加出力を $z_2 = Y_2$ とし、 $M_1$ に付加すると、表3に示す出力可観測順序機械 $M_2$ となる。

表3 出力可観測順序機械 $M_2$

		0	1
$S_0$	$S_3, 0$	$S_1, 0$	$S_1, 0$
$S_1$	$S_2, 0$	$S_1, 0$	$S_1, 0$
$S_2$	$S_3, 1$	$S_2, 1$	$S_2, 1$
$S_3$	$S_4, 1$	$S_4, 1$	$S_4, 1$
$S_4$	$S_4, 1$	$S_0, 1$	$S_0, 1$

つぎに順序機械 $M_2$ の故障検査系列を求めてみよう。 $M_2$ は出力 $z_1 \times z_2$ に関して(1, 2)-出力可観測である。 $k = \max(1, 2) = 2$ とし、長さ $k$ の任意入力系列を被検査機械に加えその出力系列から初期状態を決定し最終状態を決定する。いま、被検査機械が状態 $S_0$ にあるとする。 $S_0$ から始めてすべての状態遷移を通る最長入出力系列 $\omega$ を求めると、

$$\omega = \begin{cases} \text{入力} & 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ \text{出力} & 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1 \\ & 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \end{cases}$$

となる。最終状態は $S_4$ である。 $S_4$ から始めて長さ2の任意の入力系列を $\omega$ に加えると、つぎに示す長さ12の故障検査系列が得られる。

$$\omega \xi_2 = \begin{cases} \text{入力} & 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0 \\ \text{出力} & 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ & 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1 \end{cases}$$

文献(10)の方法では、既存の出力を考慮しないで、順序機械 $M_1$ をシフトレジスタ形回路で実現するために、2個の二値シフトレジスタが必要となり付加出力端子が多くなる。検査系列は、同じ系列長12のものが得られる。

表4 順序機械 $M_3$

		0	1	$\epsilon$
$S_0$	$S_3, 0$	$S_1, 0$	$S_1, 0$	
$S_1$	$S_2, 0$	$S_1, 0$	$S_2, 1$	
$S_2$	$S_3, 1$	$S_2, 1$	$S_3, 1$	
$S_3$	$S_4, 1$	$S_4, 1$	$S_4, 0$	
$S_4$	$S_4, 1$	$S_0, 1$	$S_0, 0$	

文献(1)~(8)の中で最も短い検査系列の得られる文献(4), (5)の方法では、1個の入力端子付加により、長さ3のDSをもつ表4の順序機械 $M_3$ に拡大される。しかし、得られる検査系列の長さは48となる。文献(3)ではDSの長さが5となるのでさらに長い検査系列となる。

6. むすび

本論文では、最小個の出力端子を付加することにより、出力可観測順序機械に拡大する方法を示し、その故障検査について考察した。順序機械 $M$ に出力端子を付加して出力可観測順序機械にできるための必要十分条件は、 $M$ が準FSR実現可能であることを示し、その拡大のアルゴリズムを述べた。

( $k$ )-出力可観測順序機械においては、すべての状態遷移を通る入出力系列に長さ $k$ の任意入出力系列を加えた入出力系列(C-系列)が故障検査系列となることを示した。したがって出力可観測順序機械では、最長検査系列との差が状態数以内の短い検査系列を、簡単に組織的に求めることができる。

謝辞 末筆ながら、日ごろご指導いただく本学の尾崎弘教授ならびに討論していただいた尾崎研究室の諸氏に深く感謝する。

文 献

- (1) F.C.Hennie: "Fault detecting experiments for sequential circuits", Proc. 5th Ann. Sympos. Switching Circuit Theory and Logical Design (Nov.1964).
- (2) C.R.Kime: "A failure detection method for seq-

- quential circuits", Dep. Elec. Eng. Univ. of Iowa, Tech. Rep. 66-13 (Jan.1966).
- (8) 村上, 樹下, 尾崎: "故障検査を考慮した順序機械の構成法", 信学論(C), 51-C, 10, p.455 (昭43-10).
- (4) C.E.Holborow: "An improved bound on the length of checking experiments for sequential machines with counter cycles", IEEE Trans., C-21, 6, p.597 (June 1972).
- (5) 石川, 当麻: "順序回路の故障検査用付加入力に対する最適出力の決定法", 信学会電子計算機研資, EC-72-9 (1972-06).
- (6) Z.Kohavi and P.Lavallee: "Design of sequential machines with fault-detection capabilities", IEEE Trans., EC-16, 4, p.473 (Aug. 1967).
- (7) R.L.Martin: "The design of diagnosable sequential machines", Proc. Hawaii Internat. Conf. Syst. Sci., (1968).
- (8) 中村, 嵩: "診断を容易にするような状態割り当てについて", 信学会オートマトン・インフォメーション研資, A69-43, IT69-39 (1969-10).
- (9) 上林, 矢島: "記憶を利用した順序回路の故障検査系列", 情報処理, 12, 10, p.605 (Oct.1971).
- (10) 河田, 樹下, 尾崎: "シフトレジスタ形順序回路の故障検査について", 信学論(C), 52-C, 7, p.378 (昭44-07).
- (11) 藤原, 樹下: "出力端子付加による診断容易な順序機械について", 信学会電子計算機研資, EC72-3 (1972-05).
- (12) 藤原, 樹下: "出力端子付加による診断容易な順序機械について", 信学論(D), 55-D, 12, p.807 (昭47-12).
- (13) 上林: "入出力関係によってクラス分けされた順序回路について", 信学論(C), 53-C, 8, p.522 (昭45-08).
- (14) R.L.Martin: "Studies in feedback-shift-register synthesis of sequential machines", MIT Press, Cambridge, Mass., (1969).
- (15) J.Hartmanis and R.E.Sterns: "Algebraic structure theory of sequential machines", Prentice-Hall, INC., (1966).
- (16) 藤原, 樹下: "順序機械の出力可観測形実現と故障検査について", 信学会電子計算機研資, EC-72-36 (1972-11).

付録 診断容易な順序機械に関する研究

	拡大機械	故障仮定	検査系列	系列長	付加回路
(2) C.R.Kime	DSをもつ順序機械	状態数が増加しない	文献(1)の方法	上限が $mn^2$ のオーダ	入力端子一つ
(3) 村上, 樹下, 尾崎	Counter Cycle 順序機械	同上	同上	上限は $2n(1+mn)$	同上
(4) C.E.Holborow	(3)の改良形	同上	同上	$(n+\log_2 n)(1+mn)$	同上
(5) 石川, 当麻	(4)と同じ	同上	同上	同上	同上
(6) Z.Kohavi P.Lavallee	Definitely Diagnosable SM	同上	同上	上限が $mn^3$ のオーダ	複数個の出力端子
(7) R.L.Martin	Consecutive input SequenceをDSにも つ順序機械	同上	同上	上限が $mn^2$ のオーダ	出力端子一つ State Splitting
(8) 中村, 嵩	DSをもつSM	同上	同上	上限が $mn^3$ のオーダ	最少個の出力端子
(9) 上林, 矢島	有限記憶SM	有限記憶の上限が 保存	完全記憶グラフの すべての節点を通 る系列		出力端子一つ State Splitting
(10) 河田, 樹下, 尾崎	シフトレジスタ形SM	シフトレジスタの 構造が保存	状態図のすべての 遷移枝を通る系列	(2)~(9)(11)の どれよりも短い	シフトレジスタの 個数の出力端子
(11), (12) 藤原, 樹下	Consecutive input SequenceをDSにも つSM	状態数増加しない	文献(1)の方法	上限が $mn^2$ のオーダ	最少個の出力端子
(16), (本論文) 藤原, 樹下	出力可観測SM	出力可観測の上限 が保存	(10)と同じ	(10)と同じ	最少個の出力端子

(昭和47年11月27日受付)